

# Potenzregeln

---

(1)  $\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-Faktoren}} = a^n$  Potenzen sind eine Kurzschreibweise für mehrmaliges Multiplizieren.

(2) 
$$\begin{aligned} x \cdot a^n + y \cdot a^n &= (x + y) \cdot a^n \\ x \cdot a^n + y \cdot a^n &= (x + y) \cdot a^n \end{aligned}$$
 Hier kann  $a^n$  ausgeklammert werden.

(3)  $a^m \cdot a^r = a^{m+r}$  Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man ihre Exponenten addiert.

(4)  $\frac{a^m}{a^r} = a^m : a^r = a^{m-r}$  Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert, indem man ihre Exponenten subtrahiert.

(5)  $(a^m)^r = a^{m \cdot r}$  Eine Potenz wird potenziert, indem ihre Exponenten multipliziert werden.

(6)  $a^1 = a$  ;  $a^0 = 1$  Das muss man sich nur merken.

(7) 
$$\begin{aligned} a^{-n} &= \frac{a^{-n}}{1} = \frac{1}{a^n} \\ \frac{1}{a^{-n}} &= \frac{a^n}{1} \end{aligned}$$
 Sind die Exponenten negativ, wechselt die Basis von Zähler zu Nenner und umgekehrt.

(8)  $a^m \cdot r^m = (a \cdot r)^m$

(9)  $a^m : r^m = \frac{a^m}{r^m} = \left(\frac{a}{r}\right)^m$  Ist die Basis verschieden, aber die Exponenten gleich, können die Exponenten „herauspotenziert“ werden.

(10)  $(a \cdot r)^m = a^m \cdot r^m$

(11)  $\left(\frac{a}{r}\right)^m = \frac{a^m}{r^m}$  Im umgekehrten Fall werden die Exponenten „hineinpotenziert“.

# Potenzregeln

Um Potenzen untereinander zu verrechnen genügen in der Regel +, -, \* und /. Lediglich der „richtige Blick“ für die Zerlegung der Produkte ist notwendig. Wie man das sehen muss zeigen im folgenden die blauen Blöcke. Die Ziffern unter dem Gleichheitszeichen geben die angewendete Regel der 1. Seite an.

$$(3 \cdot x)^{-2} \stackrel{(10)}{=} 3^{-2} \cdot x^{-2} \stackrel{(7)}{=} \frac{1}{3^2} \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{x^2} = \frac{1}{9 \cdot x^2}$$

$$7(\sqrt{5})^m - 3(\sqrt{5})^m = 7 \cdot (\sqrt{5})^m - 3 \cdot (\sqrt{5})^m \stackrel{(2)}{=} (7-3) \cdot (\sqrt{5})^m$$

$$\left( \frac{(\sqrt{5})^{-1}}{(\sqrt{10})^{-2}} \right)^2 \stackrel{(11)}{=} \frac{((\sqrt{5})^{-1})^2}{((\sqrt{10})^{-2})^2} \stackrel{(5)}{=} \frac{(\sqrt{5})^{-2}}{(\sqrt{10})^{-4}} \stackrel{(7)}{=} \frac{(\sqrt{10})^4}{(\sqrt{5})^2} = \frac{(\sqrt{2 \cdot 5})^4}{(\sqrt{5})^2} = \frac{(\sqrt{2} \cdot \sqrt{5})^4}{(\sqrt{5})^2}$$

$$\frac{(\sqrt{2} \cdot \sqrt{5})^4}{(\sqrt{5})^2} \stackrel{(10)}{=} \frac{(\sqrt{2})^4 \cdot (\sqrt{5})^4}{(\sqrt{5})^2} \stackrel{(1)}{=} \frac{(\sqrt{2})^4 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = (\sqrt{2})^4 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = (\sqrt{2})^4 \cdot (\sqrt{5})^2$$

$$\left( \frac{1}{2} (\sqrt{2})^4 \right)^{-2} = \left( \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{2})^4 \right)^{-2} \stackrel{(10)}{=} \left( \frac{1}{2} \right)^{-2} \cdot ((\sqrt{2})^4)^{-2} \stackrel{(11+5)}{=} \frac{1^{-2}}{2^{-2}} \cdot (\sqrt{2})^{-8} \stackrel{(7)}{=} \frac{1}{2^{-2}} \cdot \frac{(\sqrt{2})^{-8}}{1}$$

$$\frac{1}{2^{-2}} \cdot \frac{(\sqrt{2})^{-8}}{1} \stackrel{(7)}{=} \frac{2^2}{1} \cdot \frac{1}{(\sqrt{2})^8} = \frac{2^2}{1} \cdot \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^8} \stackrel{(5)}{=} \frac{2^2}{1} \cdot \frac{1}{2^{\frac{8}{2}}} = \frac{2^2}{1} \cdot \frac{1}{2^4} = \frac{2^2}{2^4} \stackrel{(1)}{=} \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{(a+b)^{2x+3y}}{(a+b)^{-3x-2y}} \stackrel{(4)}{=} (a+b)^{2x+3y} \div (a+b)^{-3x-2y} \stackrel{(4)}{=} (a+b)^{(2x+3y)-(-3x-2y)} = (a+b)^{2x+3y+3x+2y}$$

$$(a+b)^{2x+3y+3x+2y} = (a+b)^{5x+5y} = (a+b)^{5 \cdot (x+y)} \stackrel{(5)}{=} ((a+b)^5)^{x+y}$$

$$\left( \frac{x^{-1}}{y^3} \right)^{-2} \div \left( \frac{y^{-5}}{x^{-3}} \right)^2 \stackrel{(11+5)}{=} \frac{x^2}{y^{-6}} \div \frac{y^{-10}}{x^{-6}} = \frac{x^2}{y^{-6}} \cdot \frac{x^{-6}}{y^{-10}} = \frac{x^2}{1} \cdot \frac{1}{y^{-6}} \cdot \frac{x^{-6}}{1} \cdot \frac{1}{y^{-10}} \stackrel{(7)}{=} \frac{x^2}{1} \cdot \frac{y^6}{1} \cdot \frac{1}{x^6} \cdot \frac{y^{10}}{1}$$

$$\frac{x^2}{1} \cdot \frac{y^6}{1} \cdot \frac{1}{x^6} \cdot \frac{y^{10}}{1} = \frac{x^2 \cdot y^6 \cdot y^{10}}{x^6} \stackrel{(3)}{=} \frac{x^2 y^{6+10}}{x^6} = \frac{x^2 \cdot y^{16}}{x^8} = \frac{x \cdot x \cdot y^{16}}{x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x} \stackrel{(1)}{=} \frac{y^{16}}{x^4}$$

Achtung!

Potenzregeln **niemals** auf Summen (Blöcke mit + oder -) anwenden sondern **immer** auf Produkte (Blöcke mit \* oder :). In dieser Aufgabe muss erst ausgeklammert werden um ein Produkt zu erhalten.

$$\frac{a^5 + a^7}{a^3} = \frac{a^{3+2} + a^{3+4}}{a^3} \stackrel{(3)}{=} \frac{(a^3 \cdot a^2) + (a^3 \cdot a^4)}{a^3} \stackrel{(2)}{=} \frac{a^3 \cdot (a^2 + a^4)}{a^3} = a^2 + a^4$$